CH5 RECOMBINAISON ET DECOUPLAGE DES PHOTONS

Kolb-Turner
p 77-81 et 136-138

5.1 Recombinaison

→ Après la BBN et l'annihilation e^+e^- (càd vers $T \leq 0{,}05$ MeV), il ne reste plus que : p, He^{++}, e^-, γ (principalement).
De plus, on néglige les protons liés (par du ^4He) et on suppose que tout les neutrons se sont désintegrés en proton. En effet, on a :

$$\frac{n_{p,free}}{n_{p\in {}^4He}} \sim 6$$

→ Les protons et électrons reste en équilibre cinétique : $e^- + \gamma \to e^- + \gamma$ et $p + \gamma \to p + \gamma$. Ainsi, leur densité s'exprime comme

$$\left.\begin{array}{l} n_p = g_p \left(\frac{m_p T}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left\{\frac{\mu_p - m_p}{T}\right\} \\ n_e = g_e \left(\frac{m_e T}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left\{\frac{\mu_e - m_e}{T}\right\} \end{array}\right\} \text{ avec } n_{e^-} = n_p$$

→ Par ailleurs, H est également en equilibre cinétique via $p + e \leftrightarrow H + \gamma$ (puisque $\Gamma\{p+e \to H+\gamma\} > H_{\text{Hubble}}$). Ainsi, sa densité est :

? $$n_H = g_H \left(\frac{m_H T}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left\{\frac{\mu_H - m_H}{T}\right\} \text{ avec } g_H = 4$$

↳ Cette reaction implique aussi que $\mu_e + \mu_p = \mu_H + \cancel{\mu_\gamma}^{\,0} = \mu_H$

→ On peut reexprimer n_H comme

$$n_H = \frac{g_H}{g_p \cdot g_e} \cdot n_p \cdot n_e \left(\frac{m_e T}{2\pi}\right)^{-3/2} \exp\{B/T\} \text{ où } B \equiv m_p + m_e - m_H = 13{,}6 \text{ eV}$$

DEF On définit la fraction d'ionisation X_e comme

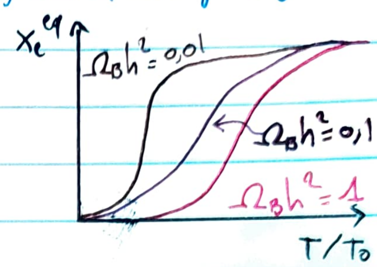
$$X_e \equiv \frac{n_{e,free}}{n_B} = \frac{n_{e,free}}{n_{p,tot}} = \frac{n_{e,free}}{n_{e,free} + n_H} = \frac{n_{p,f}}{n_B} = \frac{n_{p,free}}{n_{p,tot}}$$

? ↳ On a : $1 - X_e = \dfrac{n_H}{n_{p,tot}}$

PROP L'équation de Saha pour la recombinaison est :

$$\frac{1-X_e^{eq}}{(X_e^{eq})^2} = \frac{4\sqrt{2}\,\zeta(3)}{\sqrt{\pi}}\,\eta\left(\frac{T}{m_e}\right)^{3/2} e^{B/T}$$

↳ Similairement à la BBN, il n'y a recombinaison que lorsque $T \lesssim B \Leftrightarrow e^{B/T}\cdot\eta \sim 1$. Au delà, il y a trop de γ ayant une energie suffisante pour dissocier H.



? → Si $\Omega_B h^2$ est grand, η aussi et la recombinaison arrive plus vite.

→ Exemples de valeurs à $\eta = 6.10^{-10}$:

① $T = 0{,}43$ eV $= 5000$ K $\Rightarrow z = 1800$ et $1 - X_e^{eq} = 10^{-5} \Rightarrow$ tout les e^- libres

② $T = 0{,}31$ eV $= 3575$ K $\Rightarrow z = 1300$ et $1 - X_e^{eq} = 10\% \Rightarrow 10\%$ des e^- dans H

③ $T = 0{,}21$ eV $= 2500$ K $\Rightarrow z = 900$ et $1 - X_e^{eq} \simeq 0{,}9999 \Rightarrow \sim 100\%$ des e^- dans H

→ La recombinaison arrive tard ($T \ll 13{,}6$ eV) car η est petit. Il y a tellement de photons que la ceux dans la queue de la distribution de Boltzmann sont suffisament nombreux pour dissocier les atomes d'hydrogène.

⊙ Condition d'équilibre chimique :

→ Les résultats précédent sont valables tant que

$$n_e^{eq} \langle \sigma_{pe \leftrightarrow H\gamma}\, v \rangle = \Gamma > H$$

Or, $\langle \sigma_{p+e \leftrightarrow H+\gamma}\, v \rangle = \frac{4\pi^2 \alpha}{m_e^2} \frac{B}{(3 m_e T)^{1/2}}$. De plus, lorsque $T \sim 0{,}2$ eV, l'univers est dominé par la matière. Ainsi, $H = H_0 \sqrt{\Omega_M} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}$

↳ Si on regarde T_{rec} telle que $\Gamma = H$, on trouve $T_{rec}^{rec} \simeq 0{,}26$ eV $\Leftrightarrow z = 1100$, $T^{\gamma} = 3030$ K

→ Lorsque $T > T_{rec}^{rec}$, on a $X_e = X_e^{eq}$, donée par l'éq. de Saha pour la recombinaison.

→ Lorsque $T < T_{dec}^{rec}$, il n'y a plus $p + e \leftrightarrow H + \gamma$. Alors, la fraction d'ionisation stagne à $X_e^{eq}(T_{dec}^{rec}) = 3 \cdot 10^{-5}$

↳ 1 p, e⁻ sur 30 000 se retrouve libre au lieu d'être dans l'hydrogène.

↳ Ceci fixe : - le nombre d'e^- libre restant
- le moment où commence et s'arrête la recombinaison
- le moment où les photons découplent cinétiquement de e^-, p et H.

5.2 Découplage cinétique des photons

→ Les réactions élastiques qui rendent les γ à l'équilibre sont :

$$e^- + \gamma \leftrightarrow e^- + \gamma \quad \text{et} \quad p^+ + \gamma \leftrightarrow p^+ + \gamma$$

Lorsqu'elles arrêtent d'être efficace, il y a découplage cinétique des γ.
En fait, le découplage est déterminé par $e^- + \gamma \leftrightarrow e^- + \gamma$ car $\langle \sigma v \rangle$ est plus important pour les e^- que pour les p^+.

→ La condition de découplage est

$$\langle \sigma v \rangle_{e\gamma \to e\gamma} \cdot n_{e,free} \underbrace{\left\langle \frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma} \right\rangle}_{\simeq 1 \text{ car } \gamma \text{ relativiste}} \lesssim H$$

$$\Leftrightarrow \langle \sigma v \rangle_{e\gamma \to e\gamma} \, n_{e,free} \lesssim H$$

Or, $n_{e,free} = X_e \cdot n_B = X_e \cdot \eta \cdot n_\gamma$ et $\eta|_{T \sim eV} = \eta|_{T_0} = \Omega_B \cdot h^2 \cdot 2{,}7 \cdot 10^{-8}$

De plus, $H = H|_{mat.} = H_0 \sqrt{\Omega_m^0} \, (T/T_0)^{3/2}$

On trouve $T^{\gamma}_{kin,dec} \simeq 0{,}26 \text{ eV} = 3030 \text{ K}$

5.3 Commentaires

① Le découplage cinétique et la recombinaison sont 2 choses différentes, mais qui arrivent à la même température.
→ la recombinaison fait descendre le nombre d'électron comme e^{-t}. Il n'y a alors plus assez d'e^- pour avoir eq. cinétique.

② Une fois découplé cinétiquement, les photons n'interagissent plus. Le seul effet restant est le redshift : $T_\gamma \sim 1/a$
→ L'univers devient transparent pour les γ : c'est le CMB.

③ Le découplage cinétique des e^- et celui des γ arrivent à des moments très différents.
→ Les électrons découplent en $T_e^{dec,kin}$ lorsque
$\langle \sigma v \rangle_{e\gamma \leftrightarrow e\gamma} \cdot n_\gamma \left\langle \frac{\Delta E_e}{E_e} \right\rangle < H$, mais $n_\gamma \gg n_e$ (puisque les photons ne sont pas supprimés de Boltzmann). Le découplage cinétique des e⁻ se produit lors des âges sombres (entre la recombinaison et l'allumage de la 1e génération d'étoile).
→ Tant que les e^- sont en eq. cinétique, $T_{e^-} \equiv \frac{p_e^2}{2m_e} = T_\gamma \propto 1/a$.
→ Après découplage, $T_{e^-} \propto 1/a^2$ car $p_e \propto 1/a$.

④ On pourrait tenir compte de plusieurs effets supplémentaires :
→ $^4He^{++}$ se recombine plus tôt, avec 2 e^-.
→ L'atome d'H possède plusieurs couches électroniques
→ L'eq. de Saha perd en fiabilité vers le début de la recombinaison. Le processus $p + e \to H + \gamma$ produit énormément de photons d'énergie $E_\gamma = 13,6$ eV, ce qui crée une distortion spectrale :
$$f^\gamma = f^\gamma_{BE}(T_\gamma) + c\,\delta(13,6\,\text{eV})$$